

Concernant cette première édition (1949) de l'Essai de logique opératoire, seuls l'avant-propos de la première édition de cet ouvrage, et l'introduction (commune à cette première édition et à l'édition révisée de 1972) sont disponibles sur le site de la Fondation Jean Piaget.

Tous les chapitres et annexes de la deuxième édition peuvent être téléchargés sur la page Textes/Chapitres, année 1972, du site de la Fondation. (L'avant-propos de 1949 n'a pas été reproduit dans la réédition de 1972.)

4469

JEAN PIAGET

Professeur à la Faculté des Sciences de Genève

TRAITÉ
DE
LOGIQUE

ESSAI DE LOGISTIQUE OPÉRATOIRE



LIBRAIRIE ARMAND COLIN

103, Boulevard Saint-Michel, PARIS

1949

Tous droits de reproduction, de traduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Substitution (simple), 80-81, 305.
 — complémentaire (vicariance),
 114.
 Syllogisme, 358, 367, 379.
 Symétrique (Relation), 134, 148.

T

TARSKI (A.), 18, 319, 398 sq.
 Tautification, 100, 331.
 Tautologie, 100, 331.
 Tautologique (Equation), 100.
 Tautologique (Proposition), 229,
 243.
 Ternaires (Liaisons), 238, 348.

Tiers-exclu, 388.
 Transfini (Nombre), 215.
 Transitivité, 136, 352-3.
 Trilemme, 231, 244.
 Trivalente (Logique), 391.
 — (Relation), 138.

V-W-Z

Vicariance, 113, 145.
 WAVRE (R.), 391.
 WHITEHEAD (A. N.), 17, 294 sq.
 WITTGENSTEIN (L.), 30, 39, 40, 44,
 47, 221.
 ZERMELO (E.), 196.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
AVANT-PROPOS	v

INTRODUCTION

L'OBJET ET LES MÉTHODES DE LA LOGIQUE

§ I. L'objet de la logique	3
§ II. Les rapports de la logique avec la psychologie et la sociologie ..	11
§ III. Les frontières entre la logique et les mathématiques	17
§ IV. La définition et les méthodes de la logique	21

PREMIÈRE PARTIE

LES OPÉRATIONS INTRAPROPOSITIONNELLES

CHAPITRE PREMIER

Problèmes préliminaires : propositions,
classes et relations.

§ 1. Propositions, opérations intrapropositionnelles et opérations interpropositionnelles	35
§ 2. La notion de « structure » formelle et la distinction des « formes » et des « contenus »	38
§ 3. Les propositions élémentaires et l'individualisation des formes ..	43
§ 4. Les fonctions propositionnelles, les classes et les relations ..	49
§ 5. Les prédicats en extension et en compréhension	59
§ 6. Les rapports entre l'extension et la compréhension et les diverses structures de classes	66
§ 7. Opérations logiques et opérations mathématiques	76

CHAPITRE II

La logique des classes.

	Pages
8. La construction des classes	80
9. Le problème des totalités : la classification	85
10. Les structures opératoires d'ensemble : « groupes », « réseaux » et « groupements »	91
I. Le « groupe »	91
II. Le « réseau »	94
III. Le « groupement »	96
11. Nature et nombre des « groupements » de classes et de relations	103
12. Le groupement I : groupement additif des classes	109
13. Le groupement II : les vicariances	113
14. Le groupement III : la multiplication co-univoque des classes	117
15. Le groupement IV : la multiplication bi-univoque des classes	122

CHAPITRE III

La logique des relations.

16. La structure des relations	126
17. Classification et groupements des relations	133
18. Le groupement V : l'addition des relations asymétriques transitives (sériation intensive)	141
La sériation des inclusions	143
Non-commutativité de l'addition sériale	145
Absence de vicariance	145
Énumération et sériation	146
Impossibilité de réunir en un seul groupement l'addition simple (I) et celle des relations asymétriques (V)	146
19. Le groupement VI : l'addition des relations symétriques	148
20. Le groupement VII : la multiplication co-univoque des relations	158
21. Le groupement VIII : la multiplication bi-univoque des relations et les relations d'équivalence multiplicative (correspondances bi-univoques)	169
I. La multiplication des séries	173
II. Multiples enchaînements	174
III. Correspondances bi-univoques et équivalences multiplicatives	175
22. Conclusions : équivalences et différences ; le problème du groupement unique	180

CHAPITRE IV

La logique des ensembles et les rapports entre les opérations intrapropositionnelles et le nombre.

23. Les ensembles et les classes : position du problème	189
24. Les « ensembles abstraits » et la notion du « distinct »	193
25. La correspondance bi-univoque quelconque, la relation d'équipotence et les rapports entre la logique intensive et le nombre	198
26. Le passage des « groupements » de classe et de relations aux « groupes » arithmétiques	206

DEUXIÈME PARTIE

LES OPÉRATIONS INTERPROPOSITIONNELLES

CHAPITRE V

Le calcul des propositions.

	Pages
§ 27. Les opérations interpropositionnelles : position du problème ..	219
§ 28. Les seize liaisons issues des combinaisons possibles de deux propositions	224
I. L'affirmation complète : $(p * q)$	229
II. La négation complète : (o)	230
III. La disjonction non exclusive ou trilemme : $(p \vee q)$	231
IV. La négation conjointe : $(\bar{p} \cdot \bar{q})$	232
V. L'incompatibilité : $(p \cdot q)$	232
VI. La conjonction : $(p \cdot q)$	233
VII. L'implication : $(p \supset q)$	233
VIII. La non-implication : $(p \cdot \bar{q})$ ou $(\bar{p} \supset q)$	234
IX. L'implication inverse : $(p \subset q)$ ou $(q \supset p)$	234
X. La non-implication inverse : $(q \subset p)$ ou $(\bar{p} \cdot q)$	235
XI. L'équivalence : $(p = q)$ ou $(p \equiv q)$	235
XII. La disjonction exclusive ou exclusion réciproque : $(p \vee \bar{q})$..	236
XIII. L'affirmation de p : symbole $p[q]$	237
XIV. La négation de p : symbole $\bar{p}[q]$	237
XV. L'affirmation de q : symbole $q[p]$	237
XVI. La négation de q : symbole $\bar{q}[p]$	238
§ 29. Les quatre liaisons d'une proposition avec elle-même, les 256 liaisons ternaires et le problème des liaisons d'ordre supérieur	238
§ 30. Les transformations des liaisons binaires	242
I. L'affirmation complète (tautologie) : $(p * q)$	243
II. La négation complète (contradiction) : (o)	244
III. La disjonction non exclusive ou trilemme : $(p \vee q)$	244
IV. La négation conjointe : $(\bar{p} \cdot \bar{q})$	248
V. L'incompatibilité : $(p \cdot q)$	248
VI. La conjonction : $(p \cdot q)$	251
VII. L'implication : $(p \supset q)$	253
VIII. La non-implication : $(p \supset q)$ ou $(p \cdot \bar{q})$	258
IX. L'implication inverse : $(p \subset q)$ ou $(q \supset p)$	259
X. La non-implication inverse : $(q \subset p)$ ou $(\bar{p} \cdot q)$	260
XI. L'équivalence : $(p = q)$ ou $(p \equiv q)$	261
XII. L'exclusion réciproque : $(p \vee \bar{q})$	262
XIII. L'affirmation de p : symbole $p[q]$	263
XIV. La négation de p : symbole $\bar{p}[q]$	263
XV. L'affirmation de q : symbole $q[p]$	264
XVI. La négation de q : symbole $\bar{q}[p]$	264
§ 31. Les mécanismes opératoires fondamentaux de la logique interpropositionnelle bivalente	264
Théorème I (loi de la double réversibilité)	274
Théorème II (corrélativité)	276
Théorème III (corrélativité)	277
Théorème IV (réciprocité)	279
Théorème V (réciprocité)	279
Théorème VI (groupe des quatre transformations)	285

	Pages
§ 32. La correspondance des opérations interpropositionnelles avec celles d'un modèle d'opérations de classes.....	287

CHAPITRE VI

Les fondements de la déduction :
L'axiomatique et les « groupements » de la logique bivalente.

§ 33. Position du problème	291
§ 34. Les axiomes de Russell et Whitehead et de Hilbert et Ackermann.....	294
I. L'emboltement de la partie dans le tout	296
II. L'emboltement de la partie en elle-même (ou du tout en lui-même).....	297
III. La commutativité de la réunion des parties	299
IV. L'ordre des emboltements.....	300
V. L'intersection des parties (ou des totalités)	301
VI. La transitivité des emboltements	301
VII. La complémentarité ou réversibilité simple.....	303
VIII. La réciprocité	304
IX. La substitution	305
§ 35. L'« axiome unique » de J. Nicod et la structure d'ensemble de la logique bivalente.....	306
§ 36. Les opérations de la logique bivalente constituent-elles un groupe ? L'algèbre de Boole.....	315
I. Le groupe des disjonctions exclusives	316
II. Le groupe des équivalences	317
III. Signification des groupes précédents	318
IV. L'« anneau » des disjonctions exclusives et des conjonctions et l'insuffisante unité du système.....	320
V. Conclusion	324
§ 37. La réduction de la logique des propositions à un réseau (lattice)	325
§ 38. Le passage du lattice au groupement	328
§ 39. Le « groupement » des opérations interpropositionnelles	330
A. Les rapports d'une proposition avec le système dont elle fait partie	330
B. Les groupements d'implications.....	334
C. Le groupement des seize liaisons binaires	342
D. Le groupe des inversions, réciprocités et corrélativités.....	347
E. Le groupement des liaisons ternaires, etc.....	348
§ 40. Conclusion : le groupement des opérations ($\vee p$) et ($\cdot \bar{p}$), fondement de la déduction	351

CHAPITRE VII

La quantification des opérations interpropositionnelles
et la syllogistique classique.

§ 41. Logique bivalente et logique des classes	358
§ 42. La syllogistique classique et la quantification des propositions.....	362
§ 43. Les figures et les modes du syllogisme.....	367

CHAPITRE VIII

Le raisonnement mathématique.

	Pages
§ 44. Position du problème	376
§ 45. Le syllogisme et le raisonnement par récurrence	379
§ 46. Le raisonnement par récurrence et les groupements interpropositionnels	383
§ 47. L'infini et le principe du tiers-exclu	388
§ 48. Les logiques trivalentes	391
§ 49. Les opérations apparemment irréversibles et la logique sans négation	395
§ 50. Les logiques polyvalentes	398
§ 51. La non-contradiction logique et la nature du raisonnement mathématique	401
ORIENTATION BIBLIOGRAPHIQUE	409
TABLE DES SYMBOLES	413
INDEX GÉNÉRAL.....	415
TABLE DES MATIÈRES.....	419